

锚固体梁的弯曲突变失稳问题分析

高明中

(安徽理工大学 资源开发与管理工程系, 安徽 淮南 232001)

摘 要: 现场经验及模型实验表明, 煤巷锚杆支护中有时出现锚固体的弯曲突变失稳现象。通过力学模型解析, 系统地研究了锚固体的弯曲突变失稳机理及平衡条件, 并对锚固体的横向承载面积及水平推力进行了分析, 发现锚固体梁在受载变形的不同阶段维持不同的自稳特征, 保持不同的动态平衡。因此, 研究锚固体突变失稳的发生和控制具有理论价值和工程意义。

关 键 词: 锚固体梁; 弯曲突变; 水平推力; 承载面积; 稳定条件; 模型解析

中图分类号: TD 353.6

文献标识码: A

Study on bending catastrophe phenomena of anchor roof beam

GAO Ming-zhong

(Department of Resources Exploration and Management Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: Field experience and similar material simulation indicate that there is the bending catastrophe phenomenon of anchor roof beam in bolting roadway sometimes. By means of mechanical model analysis, bending catastrophe steady mechanism and equilibrium conditions of anchor roof beam are systematically studied; and the bearing area and horizontal thrust of the anchor roof beam are analyzed, too. It is discovered that anchor roof beam different steady characteristics and different dynamic equilibriums in different stages. The theoretical and engineering value of them are prospected for the presentation and controlling of anchor roof beams.

Key words: anchor roof beam; bending catastrophe phenomena; horizontal thrust; bearing area; equilibrium condition; model analyzing

1 前 言

锚固体梁的自稳问题是工程力学中亟待解决的基本理论问题之一, 它对锚杆工程的施工及支护具有重大的理论意义和实践价值。研究表明^[1]: 锚固体梁的自稳问题是一个复杂的工程力学问题, 无论是锚固体的变形过程、破坏特征等均表现为非连续性、非线性和复杂性, 有时表现为突变破坏形式。在现场以及相似材料模型实验中经常观察到锚固体梁与围岩离层后发生弯曲, 当其能量增加到一定程度时, 便会发生突然断裂而冒落。因而, 寻求一种能很好解释锚固体系统在外界条件作用下的不连续非线性剧变现象和研究这种复杂力学现象的理论与方法, 对于正确认识锚杆支护巷道破坏机理和预测建模是十分必要的, 对于指导煤巷锚杆支护设计也具有重要作用。

2 弯曲突变失稳准则

煤系岩层多数为沉积岩, 由于成岩作用及地质构造运动影响, 岩体以层状和节理裂隙发育为基本特征。锚杆和岩体的相互作用形成了裂隙体承载岩梁。该梁以巷道两帮为支点, 支承岩梁自重及覆岩作用力。考虑到锚固体抗拉强度很低, 甚至不承受拉应力, 当巷道在不同的变形阶段, 由于岩层自重和锚固体内、外所产生的离层作用, 极易在两帮支承处上侧及跨中下侧形成拉裂现象, 即在一定范围内出现无拉力区, 从而, 产生“压力拱”效应^[2, 3], 如图 1(a)所示。英国科学家 Wright F D 教授用砖结构模拟裂隙岩石梁的失稳问题时也得到了类似的结论。根据锚固体梁的结构特点和受力特征, 将锚固体梁抽象为如图 1(b)所示的三绞拱力学模型。图中, l 为梁跨的 $1/2$; $w d_0$ 为梁挠度; h 为梁高; a, b

为梁端和梁中受压面宽度； q 为荷载分布集度； T 为轴向荷载； Q 为接触面剪力；阴影部分为受压区。

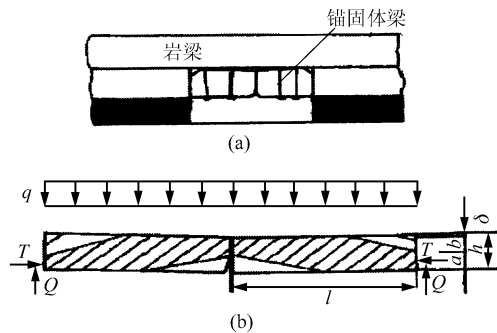


图 1 无拉力梁模型及力学特性

Fig.1 No pulling force roof beam model and mechanical characteristic

三绞拱的平衡状态是不稳定的，要保持足够的支承面摩擦力而防止剪切失稳只是岩梁稳定的必要条件，在岩块回转的惯性迫动下或接触挤压发生蠕变的条件下，平衡状态会被打破。下面应用尖角突变理论对无拉力梁的弯曲突变失稳问题进行探讨。

突变理论是研究系统的状态随外界控制参数连续改变而发生不连续变化的数学理论，用来研究非线性系统如何从连续渐变发展到系统性质的突变，其中尖点突变模型最常用，具有多模态、不可达性、突跳性、发散性和滞后性等特点^[4]。按照尖角突变理论分析问题的步骤，首先，将锚固体梁转化为三绞拱的模型，再由梁的回转值 d （准静态时为 d_0 ）确定系统的位形。为了推导势函数表达式方便起见，以 $q = \arctan 2(h-d)/L$ 为状态变量， q 为锚固体梁的回转角。

由力学模型可知，系统势能的变化主要由上覆岩层的重量 q 及锚固体梁自重压力 $g h$ 、水平推力 T 的变化引起，同时与结构尺寸、岩体材料的参数有关。系统的势能由自重 $g h$ 及 q 具有的势能 V_1 和 T 在系统变形中所做的功 V_2 及锚固体的压缩变形能 V_3 构成。

$$V_1 = 2 \times \frac{1}{2} (g h + q) L \frac{L}{4} \tan q = \frac{(g h + q) L^2}{4} \tan q \quad (1)$$

$$V_2 = 2T \left[\frac{L}{2} - \frac{L \cos q}{2 \cos q_0} \right] = TL \left[1 - \frac{\cos q}{\cos q_0} \right] \quad (2)$$

$$V_3 = \frac{T^2 L}{2EF \cos^2 q} = \frac{T^2 L}{2EF} \sec^2 q \quad (3)$$

系统的总势能为

$$V = \frac{(g h + q) L^2}{4} \tan q - TL \left[1 - \frac{\cos q}{\cos q_0} \right] + \frac{T^2 L}{2EF} \sec^2 q \quad (4)$$

式中 E 为垂直于锚杆布置方向的锚固体弹性模量； F 为锚固体的横向承载面积； L 为锚固体梁的跨度； q_0 为准静态时的回转角。

令 $\tan q = w$ ，将式(4)中 $\tan q$ ， $\cos q$ ， $\sec^2 q$ 展开为 w 的级数，并保留 4 次项，经过整理得到：

$$V = \left(\frac{T}{2EF} + \frac{1 - \cos q_0}{\cos q_0} \right) TL + \frac{g h + q}{4} L^2 w + \left(\frac{T}{2EF} - \frac{1}{2 \cos q_0} \right) TL w^2 + \frac{3TL}{8 \cos q_0} w^4 \quad (5)$$

设 $X = \left(\frac{3TL}{8 \cos q_0} \right)^{\frac{1}{4}} w$ ，带入式(5)化简得到：

$$V(X) = \left(\frac{T}{2EF} + \frac{1 - \cos q_0}{\cos q_0} \right) TL + \frac{g h + q}{4} L^2 \left(\frac{3TL}{8 \cos q_0} \right)^{-\frac{1}{4}} X + \frac{\sqrt{2TL}(T \cos q_0 - EF)}{\sqrt{3 \cos q_0} EF} X^2 + X^4 \quad (6)$$

利用数学方法，将其转化为尖点突变势函数的标准形式（其中， X 为状态变量； k_0 ， k_1 和 k_2 为控制变量）：

$$V(X) = k_0 + k_1 X + k_2 X^2 + X^4 \quad (7)$$

对势函数求导，得到平衡曲面 M 的方程及系统的奇点值方程：

$$\text{grad}_X(V) = k_1 + 2k_2 X + 4X^3 \quad (8)$$

$$\text{grad}_X \text{grad}_X(V) = 2k_2 + 12X^2 \quad (9)$$

将式(8)和式(9)联立求解消去 X ，可得系统突变的分叉集方程为

$$8k_1^3 + 27k_2^2 = 0 \quad (10)$$

只有当 $k_1 \leq 0$ 时，才有跨越分叉集的可能性，故得到系统发生突变的必要条件为 $k_2 \leq 0$ ，由式(5)并考虑到回转值 d_0 及 $\cos q_0 = \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4(h-d_0)^2}}$ 可得：

$$T \leq EF \frac{[L^2 + 4(h-d_0)^2]^{\frac{1}{2}}}{L} \quad (11)$$

当控制变量 k_1 ， k_2 满足式(10)，系统则处于突变前的临界状态，由此可得锚固体梁回转后保持稳定平衡的充分条件为：

$$g h + q \leq \frac{8\sqrt{2}T}{9L} \left[1 - \frac{TL}{EF \sqrt{L^2 + (h-d_0)^2}} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{L^2 + (h-d_0)^2}}{L} \quad (12)$$

由于锚固体梁会出现回转，使得锚固体梁在满足式 (11)，式 (12) 的条件下保持回转式的弯曲平衡。但若外界条件改变（如动压影响、 q 增大及挤压部位蠕变）常发生尖点突变。

3 对承载面积 F 与水平推力 T 的分析

图 1 中，梁端承载面 a 与中央附近承载面 b 之和 $a+b$ 构成了锚固体的承载面积 F 。对于图 1 所示力学模型，在模型解析中采用无量纲处理。近似地由模型几何关系可知， $a+b=h-d_0$ ，即：

$$\frac{a}{h} + \frac{b}{h} = 1 - \frac{d_0}{h} \quad (13)$$

由式 (13) 可知， a 和 b 与梁挠度 d_0 有关， $a+b$ 随梁的挠度 d_0 增加成线性减少。一般情况下随梁的挠度 d_0 增加，中央附近受压面宽度 b 在增加，梁端支承面宽度 a 在减少；但梁端受压面宽度 a 的减少速度大于梁中央附近受压面宽度 b 的增加速度，且有 $b > a$ ，即：梁中央的压缩面积恒大于端部支承部压缩面积，支承面压缩面积最小^[3]。因而可以认为锚固体梁最大正应力是在梁端处，较易发生压碎破坏。

图 1 中若不考虑锚固体轴向变形的影响，根据其力学平衡 $T(a+b)=qL^2/4$ ，代入式 (13) 可得：

$\frac{T}{qL} = \frac{L}{4} \frac{1}{h-d}$ ，其中， T 与锚固梁挠度 d_0 和跨高比 L/h 有关，呈非线性正变关系。随着锚固体弯曲变形及破断体回转，轴向挤压增强， T 相应增大，同时 a 也相应减小，使梁端正应力急剧增加，易发生挤压破碎失稳。

图 1 中若考虑轴向变形的影响，根据其力学平衡条件，将式 (13) 代入式 (11) 得平衡所需水平推力 $[T]$ 为

$$\frac{[T]}{Eh} \leq \frac{h-d_0}{Lh} [L^2 + 4(1-d_0)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

将式 (14) 带入式 (12)，可得锚固体梁的承载能力为

$$\frac{g}{E} \frac{h+q}{h} = 1.257 \frac{T}{[T]} \left[1 - \frac{T}{[T]} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{1}{h-d_0} \quad (15)$$

若 $L = 4 \text{ m}$ ，并假定 E 不随 h 的改变而改变，分别将 $h = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0 \text{ m}$ 代入 (14) 式计算得到 $[T]$ 随梁挠度 d_0 的关系曲线见图 2。在式 (15) 中，若 $L = 4 \text{ m}$ ， $h = 2 \text{ m}$ ，分别将 $T/[T] = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ 代入，可以得到 $g(h+q)$ 随梁挠度 d_0 的变化曲线见图 3。

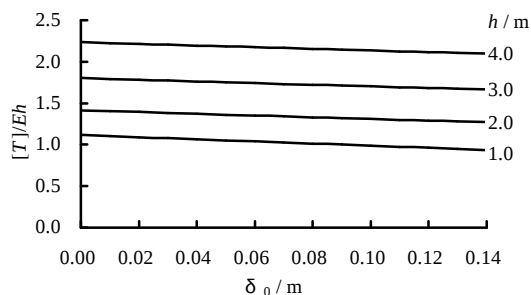


图 2 水平推力随梁挠度的变化

Fig.2 Horizontal thrust vs deflection of roof beam

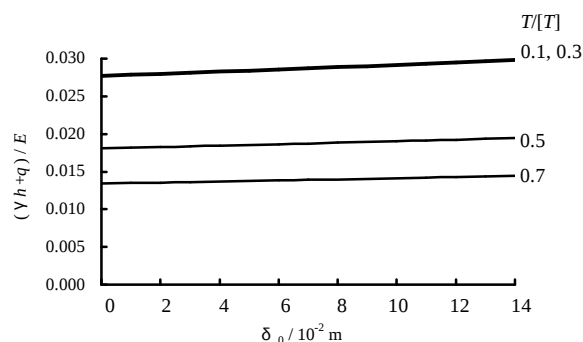


图 3 承载能力与梁挠度的关系

Fig.3 Bearing capacity vs deflection of roof beam

由图 2 可知，在端部锚固体强度足够的前提下，平衡所需轴向水平推力 $[T]$ 与锚固梁挠度 d_0 和跨高比 L/h 有关，呈反变关系。随着锚固体弯曲变形及破断体回转，轴向挤压增强， $[T]$ 相应减少，但减少幅度很小；同时应注意到，当梁挠度 d_0 和跨度 L 一定时， $[T]$ 随 h 的增加呈非线性增加。即：锚长越大， L/h 越小， $[T]$ 值较大，越难形成结构；反之， $[T]$ 值则较小，越容易形成结构。

由图 3 可知，锚固体梁的承载能力与锚固梁挠度 d_0 和水平推力 T 有关，并呈正变关系。随着锚固体梁弯曲变形及回转，轴向挤压增强， $g(h+q)$ 相应增加，但增加幅度随 T 的变化而变化；同时还注意到，当梁挠度 d_0 一定时，当 $T/[T]$ 在 $0.1 \sim 0.5$ 时，承载能力增加；当 $T/[T] > 0.5$ 时，承载能力却下降，呈非线性变化。

在一般情况下，岩体经过系统锚杆布置后，锚固体的力学性质会得到改善，表现为抗压强度 R_c 、弹性模量 E 、凝聚力 c 、内摩擦角 f 的提高。随着锚杆布置密度 N 的增大， R_c 与 E 也继续增加， R_c 、 E 和 N 基本呈线性关系； c 值提高较明显，而 f 值变化不大^[5]。据此系统锚杆布置参数对锚固体梁的破坏方式起到一定的控制作用。不同的锚杆布置参数所形成的锚固体其力学性态有较大的不同^[6]。短而密的锚杆群支护所加固的板，因受剪而呈现高阻，表

现出围岩变形较小而应力较大,也就是说支护体的刚度较大的特征。长而稀的锚杆群支护所加固的板,易产生弯拉型失稳破坏。表现出围岩变形较大而应力较小,也就是说刚度较小(柔性)的特征。因此锚杆支护密度有一临界值,小于其临界值时,锚杆长度的改变对围岩变形的影响十分明显;大于其临界值时,锚杆长度的改变对围岩的作用不显著。

T, a, b 均为随 d_0 变化的动态量。当锚固梁挠度 d_0 增加到一定程度后,水平推力 T 和端部承压面积 a 的变化速度明显差异,出现了恶性循环。在岩块回转的惯性迫动下或接触挤压发生蠕变的条件下,极易弯曲突变失稳。故端部应该是锚杆支护的重点加强部位。梁端接触面处剪力 Q 随锚固体梁变形的动态过程是难以确定的量,关键在于外载 q 的大小及其分布形式。在一般情况下,荷载越集中于梁中央部位,梁越容易产生失稳破坏。实际上,采动引起的支承压力所产生的荷载及其分布形式是变化的^[7],十分复杂。若考虑锚固体与上覆岩层离层等因素的影响,支承压力主要在梁端附近形成应力集中。

4 锚固体梁的弯曲突变失稳破坏分析

当采场远离巷道无动压影响时,锚固体梁承受静压,以组合梁形式保持平衡,梁的变形也很小。随采场临近,巷道顶板不断变形下沉,在变形过程中,锚固体梁的水平荷载、梁端与梁中承压面宽度、梁端集中荷载等均呈动态变化。若梁挠度 d_0 小于临界值,随 d_0 增加,如果梁端支承面抗力不足,则易产生剪切滑落失稳;若岩体端部强度不够,则将引起挤压破碎失稳破坏。以上两种情况是以压力拱形式保持动态平衡。若 d_0 大于临界值,表明支承面摩擦力和岩体强度足够,此时拱式平衡体系可能被打破,承载能力逐渐降低, d_0 增大,承载面积和水平推力出现非等速减少,产生几何型的弯曲变形,直至发生弯曲突变失稳破坏。实际上,锚固体失稳破坏形式与具体的岩体及工程条件有关,极其复杂,但弯曲失稳的可能性是客观存在的,特别是跨高比大的梁,弯曲失稳可能是其主要的破坏形式,在大断面煤巷锚杆支护工程中应予以足够的重视。变形临界值确定至关重要。

5 结 论

(1) 锚固体的变形失稳为一动态过程。对于一定的变形阶段,锚固体以相应的形式保持动态平衡。由于锚固体梁会出现回转,当岩体强度及支承

面摩擦力足够时保持弯曲平衡。若因锚杆布置参数不合理或梁挠度超过某一极限状态,或受动压影响 q 增大及挤压部位蠕变时,常发生尖点突变,锚固体变形加剧,将产生弯曲失稳。巷道跨度较大、且锚杆长度又较小时,这可能成为锚固体的主要破坏形式。

(2) 巷道受采动影响的不同阶段,具有不同的稳定平衡机理和平衡条件,应采取相对应的不同的维护措施以保持围岩稳定。为防止因锚固体端部强度不足,挤压应力大于挤压强度而引起挤压破碎失稳,在锚杆支护设计时,应增大锚杆长度以相对减小挤压力并增大承压面宽度,必要时采用加强支护或联合支护的办法来减小梁的挠曲变形,以维持平衡;为防止弯曲变形失稳,应注意减小巷道跨度或改用拱形断面;提高锚固层厚度和强度,如加长锚杆、缩短锚杆间距和提高锚固力或使用组合式锚杆,在顶板适量增设长锚杆或锚索(提高拱的稳定性),必要时增设可缩性支架(加强支护)。

参 考 文 献

- [1] 程良奎, 张作眉, 杨志银. 岩土加固实用技术[M]. 北京: 地震出版社, 1994. 46 - 55.
- [2] 黄醒春. 长壁工作面老顶初次来压的弯曲失稳解析[J]. 煤炭学报, 1998, 23 (1): 27 - 32.
HUANG Xing-chun. Analysis on bending failure of initial weighing of main roof in longwall face[J]. *Journal of China Coal Society*, 1998, 23 (1): 27 - 32.
- [3] 黄醒春. 不连续岩石梁的失稳分析[J]. 计算力学学报, 1997, 14(4): 468 - 476.
- [4] 于广明. 地层沉陷中的突变现象及其研究进展[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2001, 20(1): 1 - 5.
- [5] 朱维申, 张玉军, 任伟中. 系统锚杆对三峡船闸高边坡岩体加固作用的块体相似材料模型试验研究[J]. 岩土力学, 1996, 17(2): 1 - 6.
ZHU Wei-shen, ZHANG Yu-juen, REN Wei-zhong. Similar models block tests for reinforcing effects of systematic bolts on rock mass of high slope of Three Gorges flight lock[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 1996, 17(2): 1 - 6.
- [6] 高明中. 锚杆布置参数对巷道围岩稳定性的影响[J]. 淮南工业学院学报, 2002, 22(4): 34 - 38.
GAO Ming-zhong. Theoretical analysis and practice of the arrangements of bolting[J]. *Journal of Huainan Institute of Technology*, 2002, 22(4): 34 - 38.
- [7] 高明中. 煤巷锚杆支护对动压适应性的研究[J]. 淮南工业学院学报, 1999, 19(1): 35 - 39.
GAO Ming-zhong. Study on the suitability of bolting in coal gateways with the action of dynamic pressure[J]. *Journal of Huainan Institute of Technology*, 1999, 19(1): 35 - 39.