蜂窝铝芯的弹性模量和材料效率分析¹⁾

孙德强*^{,2)} 张卫红* 孙玉瑾[↑] *(西北工业大学机电学院,西安710072) [↑](西安理工大学,西安710048)

摘要 考虑共面载荷作用时薄壁蜂窝铝孔壁的弯曲、伸缩和剪切变形,基于 Timoshenko 粱理论精确推 导出了其共面弹性模量的计算公式,并利用壳单元设计了利用蜂窝铝特征单元来求共异面弹性模量的有限元方 法.对厂家提供的两种蜂窝样品分别利用理论和有限元法进行了计算,计算结果和实验数据相吻合,证明理论 公式和有限元法的正确性.最后就结构参数对蜂窝铝各弹性模量相关材料效率的影响规律进行了分析.

关键词 蜂窝铝,共异面弹性模量,有限元数值模拟,材料效率

ELASTIC MODULI AND MATERIAL EFFICIENCY OF ALUMINUM HONEYCOME CORES¹⁾

SUN Deqiang^{*,2)} ZHANG Weihong^{*} SUN Yujin[†]

*(College of Mechanical & Electrical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China) ¹(Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract With bending, shear and tension deformations being considered in the thin-walled beams within aluminum honeycomb cores under in-plane loadings, the analytical formulas for the in-plane elastic moduli of the aluminum honeycomb cores are derived based on Timoshenko beam theory. The finite element simulation methods for calculating these moduli for a representative unit cell are proposed based on shell elements. The calculations on the elastic moduli of two kinds of aluminum honeycomb cores are carried out, respectively, by using the theoretical and finite element methods. The agreement between the calculated results and the experimental data has verified the theoretical formulas and finite element simulation method. Finally, the effects of aluminum honeycomb cores' configuration parameters on their material efficiency are analyzed.

Key words aluminum honeycomb core, in-plane and out-of-plane elastic moduli, finite element simulation, material efficiency

蜂窝铝芯作为夹芯材料, 广泛应用于航空、包装、军事、建筑、交通等领域. 扩展法成形的蜂窝铝芯一般是六边形的, 每个孔穴具有 4 个长 *l*, 厚 *t* 的 孔壁和 2 个长 *h*, 厚 2*t* 的孔壁, 设孔深为 *b*, 如图 1 所示. *x*₃ 方向称为异面方向, *x*₁-*x*₂ 面内称为共面方向. 应力作用面在 *x*₁-*x*₃ 或 *x*₂-*x*₃ 面内或平行于它 们, 蜂窝材料表现共面性能; 应力作用面在 *x*₁-*x*₂ 面 内或平行于它, 蜂窝材料表现异面性能.

关于蜂窝芯材共异面模量求解的研究,主要有

能量法、有限元法、实验法和均匀化理论. 在能量法 方面, Kelsey^[1] 给出了异面剪切模量的计算公式; Gibson^[2] 导出了孔壁等厚的蜂窝芯力学参数的计算 公式; 考虑双壁厚的影响, Burton 等 ^[3] 修正了 Gibson 公式, 得出了双壁厚蜂窝力学参数公式, 但公式 没考虑孔壁伸缩和剪切变形; 富明慧 ^[4] 加入了孔壁 的伸缩变形, 但没考虑剪切变形, 而且计算的蜂窝 芯是单壁厚的. 在有限元法上, Grediac^[5] 计算了蜂 窝特征单元的异面参数, 对 Gibson 共面剪切模量进

²⁰⁰⁷⁻⁰³⁻²⁰ 收到第 1 稿, 2007-11-13 收到修改稿

¹⁾ 西安理工大学科学研究计划项目 X 类 (104-210603)

²⁾ E-mail: wampire@126.com



图 1 商用蜂窝铝芯结构示意图

行了修正; Guo 利用二维梁单元对 Gibson E₁* 和 E₂* 公式进行了修正; Chung^[6] 和 Papka^[7] 分析圆形聚 碳酸酯蜂窝力学性能时,采用了基于 Timoshenko 梁 理论的梁单元来模拟. 其实蜂窝孔深往往很大,不宜 采用梁单元,应采用壳单元. 在实验方面, Nast^[8] 为等边六边形蜂窝纸芯弹性模量设计了实验测试方 法; Foo 等 ^[9] 设计了 Nomex 蜂窝结构的共异面弹 性模量的测试方法,并利用壳单元进行了模拟,但 模型尺寸大,计算量大. 在均匀化理论方面, Shi 等 ^[10] 利用该理论计算了蜂窝材料的性能参数,考虑蜂 窝深度和局部扭曲的影响,计算精度较高.

本文考虑蜂窝铝孔壁的弯曲、伸缩和剪切变形, 推导其共面弹性模量的精确计算公式,设计对特征 单元进行模拟求相关弹性模量的有限元法.分别利用 理论与有限元法对厂家提供的蜂窝样品进行计算, 计算结果与厂家试验数据相吻合,证明理论和有限 元法的正确性.最后对蜂窝铝各弹性模量相关的材 料效率进行分析,结果有益于其优化设计.

1 蜂窝铝芯共异面弹性模量的计算公式

如图 1, 设长为 l 的孔壁与 x_1 轴的夹角为 θ , 蜂 窝铝基材的密度为 ρ_s , 则蜂窝铝芯的密度 ρ^* 为 ^[2]

$$\rho^* = \rho_s t / l(h/l+1) / [\cos\theta(h/l+\sin\theta)]$$
(1)

首先假设: (1) 材料发生弹性小变形; (2) 发生 变形时胶粘接完好; (3) 壁厚孔壁长之比足够小.

弹性梁主要有 Timoshenko 梁和 Eular 梁, Eular 梁不考虑剪切变形, 假设梁变形后中面仍然保持为中面, 横截面仍旧为平面且垂直于中面, 适合分析 跨度与截面高之比大于 5 的纤细梁. 而 Timoshenko

梁考虑了梁的剪切变形,变形后横截面不再垂直于 中面,适合分析纤细梁或短粗梁.蜂窝孔壁为纤细 梁,其剪切变形将利用 Timoshenko 梁理论处理.

在图 2(a), 远程应力 σ_l 引起斜边孔壁发生弯曲、 伸缩和剪切变形. 平衡条件要求 $M_1 = Pl \sin \theta/2$, 而力 $P = \sigma_1(h + l \sin \theta)b$. 斜边弯曲挠度 δ_1 为 $Pl^3 \sin \theta/(12E_sI)$,由 Timoshenko 梁理论得斜边剪切 挠度 δ_s 为 $Pl^3 \sin \theta$ (2.4 + 1.5 v_s)(t/l)²/(12 E_sI),斜边 轴向挠度 δ_a 为 $Pl \cos \theta/(E_stb)$,则 x_1 和 x_2 方向上 总挠度 δ_{11} 和 δ_{12} 分别为





图 2 蜂窝铝特征单元共面单轴压缩受力状态

x1 和 x2 方向上总应变 ε11 和 ε12 分别为

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{11} = \delta_{11} / (l\cos\theta + t) \\ \varepsilon_{12} = -\delta_{12} / (h + l\sin\theta) \end{array} \right\}$$
(3)

因此,
$$x_1$$
 方向上的杨氏模量 E_1^* 和泊松比 v_{12}^* 为
 $E_1^* = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \left(\cos\theta + \frac{t}{l}\right) / \left\{ \left[\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \sin^2\theta \right] \cdot \left[1 + (2.4 + 1.5v_s + \cot^2\theta) \left(\frac{t}{l}\right)^2 \right] \right\}$
 $v_{12}^* = \left(\cos\theta + \frac{t}{l}\right) \cos\theta \cdot \left[1 + (1.4 + 1.5v_s) \left(\frac{t}{l}\right)^2 \right] / \left\{ \left[\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \sin\theta \right] \cdot \left[1 + (2.4 + 1.5v_s + \cot^2\theta) \left(\frac{t}{l}\right)^2 \right] \right\}$

$$(4)$$

同理, 对于图 2(b) 所示沿 x_2 加载的情形, 远程 应力 σ_2 引起特征单元中的斜边孔壁发生弯曲、伸缩 和剪切变形, 同时引起竖向孔壁发生伸缩变形. 平衡 条件要求 $M_2 = Wl\cos\theta/2$, 而力 $W = \sigma_2 b(l\cos\theta + t)$. 则斜边的弯曲变形 δ_2 , 伸缩变形 δ_{a-i} 和剪切变 形 δ_s 分别为 $Wi^3\cos\theta/(12E_sl)$, $Wl\sin\theta/(E_stb)$ 和 $Wl^3\cos\theta(2.4 + 1.5v_s)(t/l)^2/(12E_sI)$, 竖向孔壁的伸 缩变形 δ_{a-u} 为 $Wh/(E_stb)$, 则 x_1 和 x_2 方向上的总 挠度 δ_{21} 和 δ_{22} 分别为

$$\begin{cases} \delta_{21} = \delta_2 \sin \theta + \delta_s \sin \theta - \delta_{a-i} \cos \theta \\ \delta_{22} = \delta_2 \cos \theta + \delta_s \cos \theta + \delta_{a-i} \sin \theta + \delta_{a-u} \end{cases}$$
(5)

此时 x₁ 和 x₂ 方向上的总应变 ε₂₁ 和 ε₂₂ 分别为

$$\varepsilon_{21} = -\delta_{21}/(l\cos\theta + t), \ \ \varepsilon_{22} = \delta_{22}/(h + l\sin\theta) \ \ (6)$$

由此可得 x2 方向上的杨氏模量 E2 和泊松比 v21 为

$$E_{2}^{*} = E_{s} \left(\frac{t}{l}\right)^{3} \left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) / \left\{\cos^{2}\theta\left(\cos\theta + \frac{t}{l}\right) \cdot \left[1 + \left(2.4 + 1.5v_{s} + \tan^{2}\theta + \frac{h/l}{\cos^{2}\theta}\right)\left(\frac{t}{l}\right)^{2}\right]\right\}$$

$$v_{21}^{*} = \left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \tan\theta \cdot \left[1 + (1.4 + 1.5v_{s})\left(\frac{t}{l}\right)^{2}\right] / \left\{\left(\cos\theta + \frac{t}{l}\right)\left[1 + (2.4 + 1.5v_{s} + \tan^{2}\theta + \frac{h/l}{\cos^{2}\theta}\right)\left(\frac{t}{l}\right)^{2}\right]\right\}$$

$$(7)$$

蜂窝铝在 x3 方向的杨氏模量 E3 满足

$$E_3^* = E_s \rho^* / \rho_s = E_s t / l(h/l+1) / [\cos\theta(h/l+\sin\theta)]$$
(8)

泊松比 v_{31}^* 和 v_{32}^* 就是铝材的泊松比 v_s ,因而泊松比 v_{13}^* 和 v_{23}^* 为 $v_{13}^* = v_s E_1^* / E_3^*$, $v_{23}^* = v_s E_2^* / E_3^*$.

2 特征单元的模拟计算

为了简化计算,根据蜂窝铝芯周期性的结构特 点,沿图 3 中的虚线截取周期性特征单元来进行模拟 计算.该特征单元的厚度为 b,长度 $L = 4(l\cos\theta+t)$, 高度 $H = 2(h + l\sin\theta)$.采用 ANSYS 的 Shell99 壳 单元来划分网格,双壁厚处壳单元厚度是单壁厚处 的两倍,模型如图 4. 就 x_1, x_2 和 x_3 方向上蜂窝铝 芯远程受压的条件,施加不同的边界条件,表 1~ 表 3 分别是求蜂窝铝的 E_1^*, E_2^* 和 E_3^* 时所施加的约束 条件.



图 3 蜂窝铝的特征单元



图 4 蜂窝铝的特征单元

表 1 求解蜂窝铝的弹性模量 E₁ 所施加的边界条件

施加约束的边界	约束施加情况	
面 A2, A4	x1 方向上位移为 0	
面 A1, A3	x1 方向上位移为 0.0001	
关键点 S	所有自由度上的位移为零	

表 2 求解蜂窝铝的弹性模量 E₂ 所施加的边界条件

施加约束的边界	约束施加情况		
线 L1, L2, L3	x2 方向上位移为 -0.0001		
线 L4, L5, L6	x2 方向上位移为 0		
线 L5	x1 方向上位移为 0		
关键点 O	所有自由度上的位移为 0		
面 A1, A2, A3, A4	各面上节点 x1 方向上位移耦合		

表 3 求解蜂窝铝的弹性模量 E₃ 所施加的边界条件

施加约束的边界	约束施加情况		
前面所有线	x1 方向上位移为 -0.0001		
背面所有线	x1 方向上位移为 0		
关键点 Q	所有自由度上的位移为 0		

3 种受力情形下 x3 方向的变形图如图 5, 求出各 情形下固定节点受力方向上的合力 $\sum F_1$, $\sum F_2$ 和 $\sum F_3$, 按下式求出各弹性模量

> $E_1^* = L \times \sum F_1 / (Hb \times 0.0001)$ (9)

> $E_2^* = H \times \sum F_2 / (Lb \times 0.0001)$ (10)

$$E_3^* = b \times \sum F_1 / (HL \times 0.0001)$$
(11)



图 5 蜂窝铝 3 种情形下 x3 方向的变形图

某厂商提供的两类铝蜂窝样品的尺寸参数、基材 力学参数和弹性模量实验数据范围如表 4. 公式和有 限元法计算得到的结果如表 5,表 6. 比较发现计算 结果与实验数据吻合较好、说明理论公式和有限元 方法的正确性.

结构参数	样品 1	样品 2
l/mm	6	2.5
h/mm	6	2.5
t/mm	0.04	0.03
t'/mm	0.08	0.06
$\theta/(^{\circ})$	30	30
b/mm	6	1.5
$E_s/{ m GPa}$	72	72
$\sigma_s/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3})$	2700	2700
v_s	0.34	0.34
E_1^*/MPa	$0.045 {\sim} 0.055$	$0.26{\sim}0.3$
E_2^*/MPa	$0.043 \sim 0.053$	$0.27{\sim}0.31$
$E_3^*/{ m GPa}$	$0.71 {\sim} 0.74$	$1.3 \sim 1.34$

 E_1^*/MPa 弹性模量参数 E_2^*/MPa E_3^*/GPa $0.049\,632$ $0.048\,882$ 0.73903理论公式 $0.054\,525$ 有限元法 $0.052\,929$ $0.734\,62$

表

表 6 蜂窝铝样品 2 的弹性模量求解结果比较

弾性模量参数	E_1^*/MPa	E_2^*/MPa	$E_3^*/{ m GPa}$
理论公式	0.291052	0.283221	1.330254
有限元法	0.310587	0.300178	1.326239

3 蜂窝铝弹性模量材料效率的分析

根据参考文献 [11], 提出蜂窝铝弹性模量材料效 率的概念,指的是蜂窝单元的面积 Acell 和各弹性模 量 E_i* 的乘积与单元实体面积 A_s 和基材弹性模量 E。的乘积之比,用公式表示如下

$$\gamma_i = E_i^* A_{\text{cell}} / (E_s A_s) = E_i^* \rho_s / (E_s \rho^*)$$
(12)

i 可以是 1, 2 和 3, 对于 E₃, y3 恒等于 1; 而对于 E* 和 E2, 根据式 (1),(4) 和 (7) 可以得到

$$\gamma_{1} = \left(\frac{t}{l}\right)^{2} \left(\cos\theta + \frac{t}{l}\right) \cos\theta / \left\{\sin^{2}\theta \left(\frac{h}{l} + 1\right) \cdot \left[1 + \left(2.4 + 1.5v_{s} + \cot^{2}\theta\right) \left(\frac{t}{l}\right)^{2}\right]\right\}$$
(13)

$$\gamma_2 = \left(\frac{t}{l}\right)^2 \left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)^2 / \left\{\cos\theta\left(\cos\theta + \frac{t}{l}\right)\left(\frac{h}{l} + 1\right)\right\}$$

$$\left[1 + \left(2.4 + 1.5v_s + \tan^2\theta + \frac{n/i}{\cos^2\theta}\right) \left(\frac{t}{l}\right)^2\right]\right\}$$
(14)

γ 值越大, 说明材料设计越有效率. 根据式 (13) 和 (14), 蜂窝铝关于 E₁* 和 E₂* 的材料效率与 h/l, t/l, t 和 θ 有关系. h/l 和 θ 一定的蜂窝铝的材 料效率 γ_1 和 γ_2 取决于 t/l, 蜂窝铝孔的深度一般在 0.025~0.1 mm 左右, 值很小, 所以此时效率主要决 定于 l, y1 和 y2 值随着 l 的增大而变小. 图 6 示出 了 $\theta = 30^\circ$, t = 0.04 mm, l 取不同值时材料效率 γ_1 随 h/l 的变化规律. 可以看出,此时 γ_1 随 h/l 的增



图 6 l 取不同值时 γ_1 随 h/l 的变化 ($\theta = 30^\circ, t = 0.04$ mm)

加而减小,而l越大 γ_1 就越小. 图 7 示出了 l = 8 mm, t = 0.04 mm, θ 分别取不同值时材料效率 γ_1 随 h/l的变化规律. 可以看出,此时 γ_1 随 h/l 的增加而减 小,而 θ 越大 γ_1 就越小. 图 8 示出了 l = 8 mm, t = 0.04 mm, γ_1 随 θ 的变化规律. 从图 8 可以清楚 地看出 γ_1 随 θ 的变化情况,当 θ 很小时 γ_1 的值可 以很大,当 θ 变大时 γ_1 的值会很小.



图 7 θ 取不同值时 γ_1 随 h/l 的变化 (l = 8 mm, t = 0.04 mm)



图 8 h/l 取不同值时 γ_1 随 θ 的变化 (l = 8 mm, t = 0.04 mm)

图 9 示出了 θ = 30°, t = 0.04 mm, l 分别取不同 值时材料效率 γ_2 随 h/l 的变化规律. 可以看出, 此 时 γ_2 随 h/l 的增加而增大, 而 l 越大 γ_2 就越小. 图 10 示出了 l = 8 mm, t = 0.04 mm, θ 分别取不同 值时材料效率 γ_2 随 h/l 的变化规律. 可以看出, 此 时 γ_2 随 h/l 的增加而增大, 而 θ 越大 γ_2 就越大. 图 11 示出了 l = 8 mm, t = 0.04 mm, γ_2 就越大. 图 11 示出了 l = 8 mm, t = 0.04 mm, γ_2 随 θ 的变化规 律. 从图 11 可以看出当 θ 很小时 γ_2 的值也很小, 当 θ 变大时 γ_2 的值也可以很快变得很大.

从以上的分析可以看出,适当的选择合适的 θ , l, h和 t 可以得到蜂窝铝弹性模量 E_1^* 和 E_2^* 的最佳组

7



图 9 l取不同值时 γ_2 随 h/l 的变化 (9 = 30°, t = 0.04mm)



图 10 θ 取不同值时 γ_2 随 h/l 的变化 (l = 8 mm, t = 0.04 mm)



图 11 h/l 取不同值时 γ_2 随 θ 的变化 (l = 8 mm, t = 0.04 mm)

合值, 所以以上的分析结果有益于蜂窝材料的优化 设计.

4 结 论

本文考虑了薄壁蜂窝铝芯受共面载荷时的弯 曲、伸缩和剪切变形,利用 Timoshenko 粱理论推导 出了其正确的共面弹性模量 E_1^* 和 E_2^* ,并给出了异 面模量 E_3^* 的公式.根据蜂窝铝芯周期性的结构特 点,设计了通过对代表性特征单元的计算来求解蜂 窝铝芯共异面弹性模量的有限元法.针对厂家提供 的两蜂窝样品所进行的理论公式和有限元计算结果 表明,理论公式和有限元法是可靠的.最后探讨了芯 结构参数对蜂窝铝芯共面弹性模量相关的材料效率 进行了分析,分析结果有益于蜂窝铝的优化设计.

参考文献

- 1 Kelsey S, Gellatly R, Clark B. The shear modulus of foil honeycomb cores. Aircr Eng, 1958(30): 294~302
- 2 Lorna J. Gibson, Michanel F. Astby. Cellular Solids: Structure and Properties. Oxford: Pergamon, 1988
- 3 Burton W, Neor A. Assessment of continuum models for sandwich panel honeycomb cores. Comput Methods Appl Mech Eng, 1997, 145(3-4): 341~360
- 4 富明慧, 尹久仁. 蜂窝芯层的等效弹性参数. 力学学报. 1999, 31(1): 113~118 (Fu Youming, Yin Jiuren. Equivalent elas-

tic parameters of the honeycomb core. Acta Mechanica Sinica, 1999, 31(1): 113~118 (in Chinese))

- 5 Guo X, Gibson L. Behavior of intact and damaged honeycombs: A finite-element study. Int J Mech Sci, 1999, 41 (11): 85~105
- 6 Jaeung Chung, Anthony M. Waas, Compressive response of circular cell polycarbonate honeycomb under inplane static and dynamic loads. in AIAA-2001-1187, 2001. 1~12
- 7 Scott D. Papka, Stelios Kyriakides. In-plane crushing of a polycarbonate honeycomb. International Journal of Solids and Structures, 1998, 35(3): 239~267
- 8 Nast E. On honeycomb-type core moduli. AIAA/ASME/ ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, 38th, and AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Forum. Kissimmee, FL, Apr. 7-10, 1997. 1035~1044(AIAA-1997-1178)
- 9 Choon Chiang Foo, Cin Boay Chai, Leong Keey Seah. Mechanical properties of Momex material and Nomex honeycomb structure. Composite Structures, 2006, 19(3): 177~183
- 10 Shi G, Tong P. Equivalent transverse shear stiffness of honeycomb cores. Int J Solids Struct, 1995, 32(10): 1383~1393
- 11 Qiao Pizhong, Wang Jialai. Mechanics of composite sinusoidal honeycomb cores. Journal of Aerospace Engineering, ASCE, 2005, 18(1): 42~50







6 结 论

通过以上理论分析与计算,并结合产品在实际中 的应用,可以得出:

(1) 采用斜面上升法虽然主要是模拟气动升力,

但附加了轴向反作用力,可以基本等效模拟弹翼气 动阻力,该模拟方法简单有效.

(2) 该气动模拟加载装置能够有效、真实的模拟 不同飞行攻角条件下的气动载荷,实践证明是用于 燃气作动筒的模拟加载点火验证试验.

(3) 气动模拟加载装置的使用大大缩短了燃气作动筒的研制周期,节约了研制经费,为作动筒的试验提供了依据.

参考文献

- 1 王保国, 刘淑艳, 黄伟光. 气体动力学. 北京: 北京理工大学出版社, 2005
- 2 李新国,方群著. 有翼导弹飞行动力学. 西安: 西北工业大学出版社, 2005
- 3 侯世明. 导弹总体设计与试验. 北京: 宇航出版社, 1996
- 4 黄瑞松. 飞航导弹工程. 北京: 中国宇航出版社, 2004
- 5 梁立孚,飞行器结构力学,北京:中国宇航出版社, 2003
- 6 黄志澄. 航天空气动力学. 北京: 宇航出版社, 1994