

弹性模量、泊松比和剪胀角 对边坡安全系数的影响

凌平平 杨雪强 向胜华 刘文治
(湖北工业大学)

摘 要 从理论和算例两方面来分析弹性模量、泊松比和剪胀角对土坡安全系数以及边坡塑性区域的影响,得出结论。
关键词 有限元强度折减法 弹性模量 泊松比 剪胀角

有限元强度折减系数法的基本原理是将土体强度参数:粘聚力 c 和内摩擦角 φ 值同时除以一个折减系数 F_{trial} ,得到一组新的 c' 、 φ' 值,然后作为新的材料参数输入,再进行试算。当计算正好收敛时,也即 F_{trial} 再稍微大一些(数量级一般为 10^{-3}),计算不收敛时,对应的 F_{trial} 被称为坡体的最小稳定安全系数,此时坡体达到极限状态,发生剪切破坏,同时可得到坡体的破坏滑动面。与极限平衡法相比,它不需要任何假设,便能够自动地求得任意形状的临界滑移面以及对应的最小安全系数,同时它还可以真实的反映坡体失稳及塑性区的开展过程。Zienkiewicz(1975)提出了有限元强度折减技术,随后在这方面做出贡献的有:Griffiths和 Lane^[1]、Dawson^[2]等学者曾利用有限元方法分析土坡和地基的稳定性,计算表明采用该法所确定的最小安全系数能够保证足够的计算精度。国内的连锁营、赵尚毅、郑颖人、栾茂田等^[3-6]也在这方面做了一定的研究。虽然有限元强度折减法存在诸多优点,但是它仍存在许多方面的问题,例如:有限单元网格的划分、失稳判据的选择、流动法则的选用、材料变形参数等对安全系数值都有一定的影响,从而使对于同一个工况的边坡工程算出的安全系数有所区别。本文的目的便是利用算例量化有限元强度折减法中这些影响参数对安全系数的影响,使安全系数能够具有更高的精度,从而广泛应用于边坡稳定分析、地基承载力计算等实际工程中去。

1 弹性模量对安全系数的影响

众所周知,弹性模量是计算变形的重要参数,它不仅与材料的性质有关,而且也与应力水平有关。

目前,常用的是 $E - \nu$ 模型,即弹性常数存在双曲线关系:

$$E_t = (1 - R_f s)^2 E_i \tag{1}$$

对于强度折减法而言,由于是通过折减强度指标 c 、 φ 值,所以在强度折减过程中,坡体内应力分布是不变的,材料的抗剪强度 $(\sigma_1 - \sigma_3)_t$ 是逐渐减小的,而对于某一种土其破坏比为定值,所以 E_t 是逐渐减小的。由此可见,从理论上讲在强度折减过程中弹性模量是有必要折减的。

下面通过算例来说明弹性模量对安全系数的影响。计算采用大型有限元软件 ANSYS。几何尺寸如图 1 所示,其中主要参数为 $\beta = 45^\circ$; $c = 12.38 \text{ kPa}$, $\varphi = 40^\circ$; $\gamma = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ 。模型简化成平面应变问题进行分析,且只考虑重力作用。对于土体,采用服从 D - P 准则与非相关联法则(即剪胀角为零)的理想弹塑性模型。

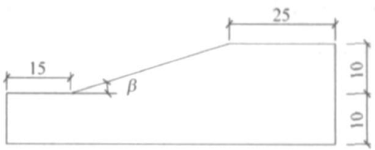


图 1 边坡的几何尺寸

表 1 不同弹性模量对应的安全系数值

弹性模量 /MPa	1	50	100	1000
安全系数	2.175	2.18	2.179	2.179

通过改变弹性模量的大小,而不改变其他参数数值来研究弹性模量对强度折减有限元法精度的影响程度。由表 1 可见,弹性模量对安全系数的大小影响较小:对于不同数量级的弹性模量算出来的安全系数仅相差 0.05% ~ 2%;其中当弹性模量值较

小时 (例如: $E = 1\text{MPa}$),对安全系数值影响较大,此时在进行有限元分析时需进行弹性模量的折减。因此,Griffiths曾建议:一般地,在进行强度折减有限元分析边坡稳定分析时,如果没有实际资料时,弹性模量可以取其特征值 (或名义值) $E = 100\text{MPa}$ 。在计算过程中还发现,改变弹性模量对破坏前的塑性分布有较大的影响,而对破坏时的塑性分布影响较小。通过此算例可以得到以下结论:在用强度折减有限元法进行边坡稳定分析时,如果弹性模量取值不是很小 (例如: $E = 1\text{MPa}$),在折减过程中可以不对弹性模量值进行折减。

2 泊松比对安全系数的影响

假定某种土充满了半无限空间,其中的应力场仅为自重应力场,其符号按弹性力学的规定,对于地面水平则有:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -K\gamma h; \quad \sigma_3 = -\gamma h \tag{2}$$

式中 h 为距水平地面的深度; γ 为重度; K 为侧压力系数,

$$K = \frac{\mu}{1 - \mu} \tag{3}$$

由摩尔 - 库仑准则得:

$$\tau \leq c + \sigma \tan \varphi \tag{4}$$

由摩尔圆可以求得 τ, σ ,代入式 (4)得:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \leq 2c \cos \varphi + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi \tag{5}$$

整理 (5)式可得:

$$\sigma_1 (1 - \sin \varphi) - \sigma_3 (1 + \sin \varphi) \leq 2c \cos \varphi \tag{6}$$

将 (2)式代入 (6)式可得:

$$\gamma h (1 + \sin \varphi) - K \gamma h (1 - \sin \varphi) \leq 2c \cos \varphi \tag{7}$$

当 $h \rightarrow \infty$ 时,得

$$\sin \varphi \geq \frac{1 - K}{1 + K} = 1 - 2\mu \tag{8}$$

由 (8)式分析可以得到:如果 $\sin \varphi < 1 - 2\mu$,对于半无限空间,在一定的深度以下的土或岩石都将处于塑性状态;但对于无黏性土 ($c = 0$),整个半无限空间都处于塑性状态,显然与实际情况不符。所以对于满足摩尔 - 库仑准则的材料来说,其摩擦角 φ 与泊松比 μ 之间一定存在如 (8)式所示的关系。

基于以上分析,在对边坡进行有限元分析时,如果仅对强度参数进行折减,塑性区域一般首先出现在坡体的深处而不是边界附近;当强度参数降低到一定程度时,由于深部的塑性区域已经贯通整个模型,导致计算结果不收敛,计算结果失败,而潜滑移通道上的塑性区却可能未贯通,导致计算出的安全

系数偏小。

那么,在强度折减的过程中可以采用以下方法对泊松比 μ 进行折减。为了保持式 (8)成立,可假定如下关系式成立:

$$\sin \varphi_i = (1 - 2\mu_i) \chi \tag{9}$$

式中 φ_i, μ_i 为对应折减系数 F_i 后的值; χ 为常数,则可以折减前的实际材料参数 c, φ 计算得到,即:

$$\chi = \frac{\sin \varphi}{1 - 2\mu} \tag{10}$$

下面通过算例 2来说明对泊松比 μ 的折减方法。几何尺寸如图 1所示,其中 $\beta = 60^\circ$;材料参数除了 $\varphi = 10^\circ$;其他与算例 1相同。本算例采用两种方案进行计算,一种是在强度折减过程中不调整泊松比;一种是在强度折减过程中调整泊松比。

图 2和图 3是边坡濒临破坏时的等效塑性应变分布图。如果不调整泊松比,那么边坡的安全系数为 1.391;如果调整泊松比,则边坡的安全系数为 1.386。可见,如果不对边坡的泊松比进行折减,会使预测的安全系数过大。那么从图 2和图 3还可以看出调整泊松比与不调整泊松比时边坡体内的塑性应变分布图不同。调整泊松比后的塑性滑移带较不调整的稍宽些,原因可能是在强度折减过程中调整的泊松比值随着折减系数 F_{trial} 的增大,材料抗剪强度的减小,泊松比越来越大。另外,在折减强度参数的过程中,对于方案一中不调整泊松比时,坡体内将会过早的出现塑性区域。

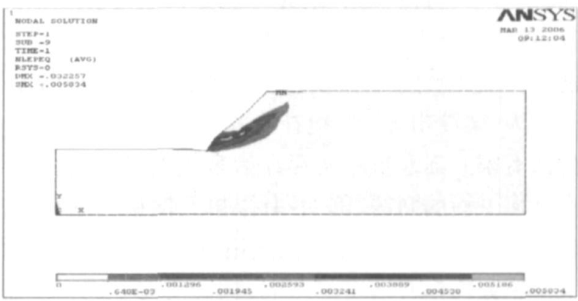


图 2 不调整 μ 时的塑性分布图 ($F_s = 1.391$)

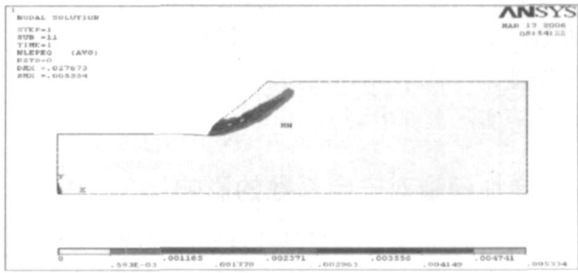


图 3 调整 μ 时的塑性分布图 ($F_s = 1.386$)

3 剪胀角对安全系数的影响

在有限元计算中,采用关联流动法则还是采用非关联流动法则,取决于剪胀角的大小。若取 $\Psi = \varphi$ 时,为相关联流动法则,此时过大估计了屈服时边坡的体积改变;若 $\Psi \neq 0$ 为非相关联流动法则,则认为边坡屈服时体积未发生改变。下面我们来讨论一下剪胀角对求解安全系数的影响。

某均质土坡,几何尺寸与算例 1 除 $\beta = 60$ 不同以外,其他均如图 1 所示,材料参数除 $\varphi = 30$ 不同以外,其余均相同。为了考虑剪胀角的影响,定义剪胀系数 $\lambda = \Psi / \varphi$,令剪胀系数在 0 ~ 1 之间变化,具体剪胀角取值及其对应的安全系数见表 2 所示。

表 2 不同剪胀角对应的安全系数

剪胀系数	0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
剪胀角 / (°)	0	3	6	12	18	24	30
安全系数	1.386	1.4	1.421	1.465	1.5	1.51	1.512

由表 2 可见,随着剪胀角的增大,对于同一状况的边坡对应的安全系数逐渐增大,这一点表明了剪胀角的增加,增大了材料的抵抗力,因此在有限元计算中不考虑剪胀角的影响是不符合实际的,是不合理的。所以建议在有限元计算过程中,应该对剪胀角进行折减。

4 结论

综上所述,可以得到以下结论:

(1) 在强度折减过程中,如果弹性模量取值很小时,则需要对其进行折减。当然,不管是否折减弹

性模量,对边坡破坏时的塑性分布区域都没有太大的影响;

(2) 在强度折减过程中,调整泊松比对安全系数和塑性区的分布是相当重要的,如果泊松比不满足 (8),那么预测的安全系数将会偏小(如算例 3),这主要是因为当强度参数降低到一定程度时,由于深部的塑性区域已经贯通整个模型,导致计算结果提前不收敛,计算结果失败;如果泊松比满足 (8),那么不调整泊松比则比调整泊松比所预测的安全系数要大一些;而且,调整泊松比将会影响坡体内的塑性应变分布。

(3) 随着剪胀角的增大,对于同一状况的边坡对应的安全系数逐渐增大,建议在有限元计算过程中,应该对剪胀角进行折减。

参 考 文 献

[1] Griffiths V and L, ctile P A. Slope stability analysis by finiteele-
ments[J]. Geotechnique, 1999, 39 (3): 387 ~ 403.
[2] JDawson E M, Roth W H & Drescher A Slope stability analysis by
strength reductio[J]. Geotechnique, 1999, 49 (6): 835 ~ 840.
[3] 连锁营,韩国城,孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的
稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23 (4): 406 ~ 411.
[4] 赵尚毅,郑颖人,时卫民,等. 用有限元强度折减法求边坡稳定
安全系数[J]. 岩土工程学报, 2002, 24 (3): 343 ~ 346.
[5] 栾茂田,武亚军,年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性
区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23 (3): 1 ~ 8.
[6] 张鲁渝,时卫民,郑颖人. 平面应变条件下土坡稳定有限元
分析[J]. 岩土工程学报, 2002, 24 (4): 487 ~ 490.

第一作者通讯地址:武汉武昌南湖湖北工业大学 926 信箱
邮编: 430068

工程建设行业标准《多节三岔挤扩灌注桩设计规程》召开第二次工作会议

行业标准《多节三岔挤扩灌注桩设计规程》编制组第二次工作会议于近日在北京召开,会议由主编单位主持,建设部标准定额研究所工程标准处陈国义处长出席会议并讲话。本规程编制组成员参加了会议。

陈国义处长针对本规程的编制工作做了进一步指导。指出“征求意见阶段”的重要性,强调征求意见环节应注意征求面的广泛性和征求人员的针对性;希望各位专家本着科学的态度,编制出高水准且

好用的标准来,以指导今后的工作。
主编单位北京中阔地基基础技术有限公司总经理贺德新对各编委自编制组成立以来的努力工作表示感谢!

会议对《规程》的征求意见稿进行了充分的讨论,各位专家本着认真负责的态度,对文中不妥之处进行了修改,就主要问题着重讨论。如同济大学的宰金章教授花费半年时间作出的有关“桩基沉降计算”的研究,提出了新的思路和计算方法,得到与会专家的赞赏,但一致建议本着从简易行的原则,暂不列入本规程,以简化设计人员在工作中的使用。